

۱ درست یا نادرست بودن هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A یک مجموعه دلخواه باشد، آنگاه $A \times \emptyset = \emptyset$ ۲ با وارد کردن جدول زیر در پاسخ و سپس تکمیل آن، نشان دهید که: $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$.

p	q			
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

۳ گزاره زیر را با استفاده از نماد سورها (\exists یا \forall) بنویسید و سپس ارزش آن را با ذکر دلیل مشخص کنید.
«هر عدد طبیعی از مربع خودش کوچکتر است.»۴ اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، با استفاده از جبر مجموعه‌ها عبارت $(A - B) \cup (A \cap B)$ را تا حد امکان ساده کنید.۵ اگر $A = \{-1, 2\}$ و $B = \mathbb{R}$ ، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

۶ گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای \forall, \exists بنویسید و ارزش هر کدام را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.

ب) برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$

پ) همهٔ عددهای اول فرداند.

ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند x به‌طوری که $1 - 2x > 5$

ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.

ج) به‌ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم: $x^3 = x$

۱

۷ ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$

ب) $(5 > 3) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$

پ) $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ت) اگر عدد ۴ فرد باشد آنگاه ۴ مربع کامل نیست.

ث) $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$

ج) ۲ عدد اول نیست اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

چ) اگر $a \in \{b\}$ آنگاه $a = b$ و برعکس.

۱

۸ جدول زیر را کامل کنید.

گزارهٔ p	گزارهٔ q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $p \wedge q$
عدد ۲ زوج است					د
	$1 \nless 2$			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
عدد ۷ اول است				د	

۱

۹ با استفاده از تعریف اشتراک، اجتماع و خواص جابه‌جایی، شرکت‌پذیری و توزیع‌پذیری برای ترکیب عطفی و فصلی در گزاره‌ها، هریک از تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف) $A \cap B = B \cap A$

ب) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

پ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

۱

۱۰ ثابت کنید برای مجموعه‌های A و B با مجموعه مرجع U داریم: $A - B \subseteq A$.

۱

۱۱ اگر A, B, C, D چهار مجموعه با مرجع U باشند، به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آنگاه $A \cup C \subseteq B \cup D$.

۱

۱۲ دامنه متغیر هریک از گزاره‌نماهای زیر، مجموعه اعداد صحیح است. مجموعه جواب هریک را بنویسید.

الف) x مربع کامل است. ب) a یک واحد از مضرب ۵ بیشتر است.

پ) $\frac{2x+1}{3} \leq -1$ ث) $\{n(n+1) = 0 \mid n \in \mathbb{W}\}$

۱

۱۳ درستی هریک از تساوی زیر را بررسی کنید.

الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X = U$

ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

پ) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

ت) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$

ج) $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B = C$

۱

۱۴ اگر p و q گزاره‌هایی درست و r گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) $(r \Rightarrow q) \wedge (p \vee \sim q)$

ب) $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (r \wedge p)$

ج) $[p \Rightarrow (r \Rightarrow \sim q)] \vee (p \wedge q)$

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) صفر

۱

۱۵ اگر $A = \{|x|, x, -1, 2\}$ و $B = \{2, -5, -y, y+4\}$ دو مجموعه چهار عضوی باشند، به طوری که $A \times B \subseteq B \times A$

آن‌گاه حداکثر $x + y$ کدام است؟

۱) -10

۲) -4

۳) -2

۴) 0

۱

۱۶ مجموعه A ، ۱۰ عضو بیشتر از مجموعه B دارد و مجموعه $A \times B - A^2$ ، ۳ برابر مجموعه $A \times B - B^2$ عضو دارد. اگر $A^2 - B^2$ دارای ۲۲۵ عضو باشد، آنگاه $(A \times B) \cap (B \times A)$ چند عضو دارد؟

- صفر ☐ ۱ ۲۲۵ ☐ ۲ ۱۰۰ ☐ ۳ ۲۵ ☐ ۴

۱

۱۷ به چند طریق می‌توان دو زیرمجموعه A و B از مجموعه $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ انتخاب کرد، به گونه‌ای که مجموع اعضای آنها به ترتیب زوج و فرد باشد و اجتماع A و B برابر F و اشتراک A و B تهی باشد؟

- ۳۲ ☐ ۱ ۱۶ ☐ ۲ ۸ ☐ ۳ ۲ ☐ ۴

۱

۱۸ مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

- ۱ ☐ $(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r))$
 ۲ ☐ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$
 ۳ ☐ $[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q)$
 ۴ ☐ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [(p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

۱

۱۹ اگر گزاره‌های $p(x, y)$ و $q(x, y)$ به ترتیب به صورت‌های $p(x, y) : 3x + y = 12$ و $q(x, y) : 4x - y = 9$ تعریف شده باشند آنگاه کدام یک از گزاره‌های زیر ارزش درستی دارد؟

- $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}; p \wedge q$ ☐ ۲ $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}; p \Rightarrow q$ ☐ ۳ $\exists x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Z}; p \wedge q$ ☐ ۴ $\exists x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Z}; p \Rightarrow q$ ☐ ۴

۱

۲۰ گزاره $p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

(۱) $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$

(۳) $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

(۲) $\sim [\sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$

(۴) $\sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$